M. A. S. Y MOV. ONDULATORIO FCA 06 ANDALUCÍA

1.- a) Comente la siguiente afirmación: "las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas" y razone si una onda estacionaria transporta energía.
b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

2.- a) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario.
b) Una partícula realiza un movimiento armónico simple sobre el eje OX y en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio. Escriba la ecuación del movimiento y razone cuándo es máxima la aceleración.

3.- La ecuación de una onda en una cuerda tensa es:

$$y(x, t) = 4 \cdot 10^{-3} \text{ sen } 8 \pi x \ \cos 30 \pi t \qquad \text{(S.I.)}$$

a) Indique qué tipo de onda es y calcule su período y su longitud de onda.
b) Explique cuál es la velocidad de propagación de la onda y cuál es la velocidad de los puntos de la cuerda. Calcule la velocidad máxima del punto x = 0,5 m.

4.- a) Explique qué son una onda transversal y una onda longitudinal. ¿Qué quiere decir que una onda está polarizada linealmente?
b) ¿Por qué se dice que en un fenómeno ondulatorio se da una doble periodicidad? ¿Qué magnitudes físicas la caracterizan?

5.- Por una cuerda se propaga la onda;

$$y = \cos (50 t - 2 x) \qquad \text{(S.I.)}$$

a) Indique de qué tipo de onda se trata y determine su velocidad de propagación y su amplitud.
b) Explique qué tipo de movimiento efectúan los puntos de la cuerda y calcule el desplazamiento del punto situado en x = 10 cm en el instante t = 0,25 s.

6.- Un bloque de 0,5 kg cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica $k = 72 \text{ N m}^{-1}$. Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo de su posición de equilibrio comienza a oscilar, pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de 6 m s^{-1}.
a) Razone los cambios energéticos que se producen en el proceso.
b) Determine la amplitud y la frecuencia de oscilación.

M. A. S. Y MOV. ONDULATORIO FCA 06 ANDALUCÍA

1.-

a) Una onda “propiamente dicha” representa el movimiento de propagación de una perturbación de un punto a otro sin que exista transporte neto de materia, en una onda lo que se propaga es energía. Hay muchos tipos de ondas, por ejemplo, las armónicas son las producidas por un oscilador armónico y su ecuación es

$$y\left(x,t\right) = A\,sen\left(k\,x \pm \omega t\right)$$

como vemos en la ecuación en una onda que se propaga por un medio todos los puntos oscilan con la misma amplitud.

Una onda estacionaria es un fenómeno peculiar de superposición entre ondas idénticas que se propagan en el mismo medio en sentidos opuestos, el resultado que se aprecia es el de una onda confinada entre los extremos, en la que existen unos puntos determinados que oscilan con amplitud máxima llamados vientres y otros puntos fijos que no oscilan llamados nodos. La ecuación resultante es

$$y\left(x,t\right) = \left(2A\,sen\,k\,x\right)\cdot \cos \omega t$$

Al estar la perturbación confinada entre los nodos, no transporta energía.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua se produce una onda armónica en la superficie de separación del aire y el agua, es decir es una onda bidimensional. Al pulsar la cuerda de una guitarra se produce una onda estacionaria ya que la cuerda está fija por ambos extremos.

Las diferencias entre ambas están comentadas en el apartado anterior.

2.-

a) La ecuación de posición de un oscilador armónico es

$$x = A\cdot sen\,\omega t$$

la aceleración es la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo dos veces

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\cdot\omega^2\cdot sen\,\omega t = -\omega^2\cdot x$$

como ω es la frecuencia angular que es una característica del oscilador y x es el desplazamiento, podemos decir que la aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario.

b) Como en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio, no tendremos que poner fase inicial si usamos la ecuación en función del seno, por lo tanto

$$x = A\cdot sen\,\omega t$$

viendo la ecuación de la aceleración del apartado anterior observamos que esta será máxima cuando lo sea el desplazamiento, es decir en los extremos.

3.- $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-3}$ sen $8\pi x$ cos $30\pi t$ (S.I.)

a) La ecuación de la onda es del tipo

$$y(x,t) = (2A\,sen\,k\,x)\cdot\cos\omega t$$

por lo tanto se trata de una onda estacionaria. Comparando ambas ecuaciones observamos que $\omega = 30\pi\, rad/s$ y que $k = 8\pi\, m^{-1}$ con lo cual calculamos el periodo y la longitud de onda

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{30\pi} = 0,067\,s \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{8\pi\, m^{-1}} = 0,25\,m$$

b) Al ser una onda estacionaria, no se propaga ya que se encuentra confinada entre los nodos. Las que si lo hacen son las ondas que por superposición dan lugar a ella y se propagan con una velocidad

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,25\,m}{0,067\,s} = 3,74\,ms^{-1}$$

la velocidad de los puntos de la cuerda es la derivada de y con respecto al tiempo

$$v = \frac{dy}{dt} = -0,12\pi\cdot sen\,8\pi x\cdot sen\,30\pi t \;\; ms^{-1}$$

la velocidad máxima del punto x = 0,5 m será cuando $sen\,30\pi t = 1$ (valor máximo)

$$v_{\max} = -0,12\pi\cdot sen\,4\pi = 0$$

lo que significa que no oscila y por lo tanto es un nodo.

4.-

a) Uno de los criterios de clasificación de las ondas consiste en la coincidencia o no entre la dirección de oscilación de la propiedad perturbada (desplazamiento) y la de propagación de la onda. Se dice que la onda es longitudinal si ambas direcciones coinciden, las ondas sonoras son un ejemplo de ondas longitudinales.

Se dice la onda es transversal si ambas direcciones son perpendiculares, las ondas que se propagan en una cuerda son un ejemplo de ondas transversales, las más importantes son las ondas electromagnéticas.

El fenómeno de polarización es exclusivo de las ondas transversales, por ejemplo en las ondas electromagnéticas la propiedad perturbada es el campo eléctrico y el magnético, son por lo tanto los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$ los que oscilan en direcciones perpendiculares a la de propagación. Si estos vectores oscilaran siempre en el mismo plano, diríamos que la onda está linealmente polarizada.

4.-

b) La doble periodicidad es una de sus características principales de los fenómenos ondulatorios.

En efecto. Sabemos que la función seno es una función periódica. Al estudiar el M.A.S., como la posición o elongación sólo dependía del tiempo, existía un periodo temporal, T. En este caso, hemos visto que el valor de la perturbación depende del instante, pero también del punto en que se analice la perturbación. Por lo tanto, habrá un segundo periodo ESPACIAL, λ, que se denomina longitud de onda. La longitud de onda, representa, por tanto, la distancia recorrida por la perturbación en un periodo T, es decir: $\lambda = v \cdot T$

5.- $y = \cos\ (50\,t - 2\,x)$ (S.I.)

a) Se trata de una onda armónica transversal de ecuación

$$y = A \cdot \cos\left(\omega t - k\,x\right)$$

para calcular la velocidad de propagación, comparamos ambas ecuaciones y obtenemos

$$\omega = 50\,rad/s \qquad k = 2\,m^{-1}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{50\,s^{-1}}{2\,m^{-1}} = 25\,ms^{-1}$$

También por comparación obtenemos la amplitud $A = 1m$

b) Cada punto de la cuerda efectúa un M. A. S. en la dirección del eje y, perpendicular a la de propagación en el eje x, con un cierto desfase con respecto al punto anterior.

Para calcular el desplazamiento del punto situado en x = 10 cm = 0,1 m en el instante t = 0,25 s sustituimos en la ecuación

$$y = \cos\left(50 \cdot 0,25 - 2 \cdot 0,1\right) = 0,964\,m$$

6.-

a) Inicialmente, al colgar el bloque del resorte este se estira hasta una nueva posición de equilibrio en la que queda anulada la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el bloque, por la fuerza elástica del muelle.

Posteriormente, desplazamos el bloque verticalmente hacia abajo para que comience a oscilar, pero ya no existe fuerza gravitatoria en toda la oscilación, por lo tanto no hay tampoco energía potencial gravitatoria, es decir, es como si el bloque oscilara horizontalmente.

El trabajo que empleamos en deformar el muelle se transforma en energía potencial elástica y esta a su vez en energía cinética, que será máxima al pasar el bloque por la posición de equilibrio.

6.-

b) Calculamos la frecuencia angular ω

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{72\,Nm^{-1}}{0,5\,Kg}} = 12\,s^{-1}$$

conociendo la velocidad máxima ($v_{\max} = 6\,ms^{-1}$), calculamos la amplitud

$$v_{\max} = \omega \cdot A \qquad\qquad A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{6\,ms^{-1}}{12\,s^{-1}} = 0,5\,m$$

calculamos la frecuencia

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{12\,s^{-1}}{2\pi} = 1,91\,s^{-1}$$